3. SERITË NUMERIKE

Detyra për ushtrime –PJESA 5

1. Caktoni konstantet a,b për të cilat seria

$$\sum_{n=1}^{\infty}(\ln n + a\ln(n+1) + b\ln(n+2))$$

konvergjon. Të njehsohet shuma e saj.

2. Me anë të kriterit të Bolcano-Koshit të shqyrtohet konvergjenca e serive:

a) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}+...$

b) $\frac{1}{\sqrt{1\cdot 2}}+\frac{1}{\sqrt{2\cdot 3}}+...+\frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}+...$

3. Të tregohet se nëse seria $\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2$ konvergjon, atëherë seria $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}$ konvergjon absolutisht.

4. Le të jetë $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ seri konvergjente me terma jonegativ. Për çfarë vlerash të parametrit real α seria $\sum_{n=1}^{\infty}n^{-\alpha}\sqrt{\alpha_n}$ konvergjon?

5. Le të jetë $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ seri me terma pozitive. Tregoni se nëse seria $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ konvergjon, atëherë edhe seria $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{a_n\cdot a_{n+1}}$ konvergjon.

Me ndihmën e kriterit të Koshit të shqyrtohet natyra e serive:

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a\cdot n}{n+1}\right)^n$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{a^{n^2}}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}$.

9. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}e^{-n}$. 10. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\cos\frac{a}{n}\right)^{n^3}$.

Me anë të kriterit të Dalamberit të shqyrtohet natyra e serive:

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)!}$. **12.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^p}$. **13.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$.

14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}}$. **15.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n \cdot n!}{n^n}$, $a>0$.

Në bazë të kriterit logaritmik të shqyrtohet natyra e serive:

16. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln \ln n)^{\ln n}}$. **17.** $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln \ln n}}$.

Me anë të kriterit të Rabeut të shqyrtohet natyra e serive:

18. $1+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a(a+1)\cdot\ldots\cdot(a+n-1)\cdot b(b+1)\cdot\ldots\cdot(b+n-1)}{n!\cdot c(c+1)\cdot\ldots\cdot(c+n+1)}$, ku $a,b,c>0$.

19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n!}}{(2+\sqrt{1})(2+\sqrt{2})\cdot\ldots\cdot(2+\sqrt{n})}$.

20. Me ndihmën e kriterit të Gausit të shqyrtohet natyra e serisë $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\right)^p$.